Энгельсский технологический институт (филиал) федерального
государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего образования
«Саратовский государственный технический университет
имени Гагарина Ю.А.»

Кафедра «Оборудование и технологии обработки материалов»

# ОТИМИЗАЦИЯ РЕГРЕССИОННЫХ МОДЕЛЕЙ

***Электронное издание локального распространения***

Методические указания к практической работе
по дисциплине «Математическое моделирование технологических процессов»
для студентов направлений подготовки:

15.03.05 «Конструкторско-технологическое обеспечение
машиностроительных производств»

очной и заочной форм обучения

**Энгельс 2024**

# Интерпретация и оптимизация регрессионных моделей

## *1. Интерпретация модели*

После построения регрессионной модели, оценки ее адекватности и точности, расчета коэффициентов регрессии переходят к анализу полученных результатов. Этот этап называется *интерпретацией.*

*Интерпретация* – «перевод» результатов математического описания исследуемого объекта с языка математики на язык пользователя (схемы, графики, таблицы и т. д.).

На этапе интерпретации оценивается, насколько результаты (в частности, модель) соответствуют здравому смыслу и существующей информации о поведении и свойствах объекта. Интерпретацию можно рассматривать как этап, обратный формализации.

Обозначим основные шаги интерпретации.

1. *Анализ значений коэффициентов регрессии*

Технологические процессы в машиностроении не относятся ни к области микромира, ни к области макромира. Если значения коэффициентов регрессии подозрительно велики или малы, то это может быть следствием ошибки в расчетах. Следует выполнить проверку полученных результатов.

2. *Анализ знаков перед коэффициентами регрессии*

На этом этапе устанавливается, в какой мере и как каждый входной фактор влияет на отклик объекта. Знаки коэффициентов регрессии указывают на характер влияния входных факторов на выходной фактор. Сравнивая результаты моделирования и априорную информацию об объекте, можно сделать вывод о пригодности полученной модели для описания, объяснения и предсказания поведения и свойств объекта.

3. *Анализ расчетных значений выходной переменной* (выполняется графически)

На этом этапе анализируется, насколько значения выходного фактора, предсказанные по выбранной модели, отличаются от экспериментальных данных. По результатам сравнения также можно сделать вывод о пригодности полученной модели для описания, объяснения и предсказания поведения и свойств объекта.

Современное программное обеспечение, которое применяется для статистического моделирования (STATISTICA, STATGRAPHICS, SPSS

и др.), позволяет объединить указанные этапы и выполнить интерпретацию модели графоаналитическим способом, т. е. используя широкие возможности построения графиков и поверхностей отклика.

## *2. Оптимизация модели*

Большое количество задач управления, планирования и проектирования связано с проблемой оптимизации, сводимой к отысканию таких значений входных факторов, при которых критерий оптимизации достигает экстремума [11].

Можно выделить два основных подхода к решению задачи оптимизации. Первый связан с созданием теории процесса и его детерминированной (или аналитической) модели. В этом случае для решения задачи используются методы линейного, нелинейного и динамического программирования, прин-цип максимума и т. д. [10, 11, 12]. Второй подход – эмпирический и в насто-ящее время используется значительно чаще. Появились и эмпирические спо-собы оптимизации – метод Бокса-Уилсона и симплекс-планирование.

При решении задачи оптимизации необходимо выбрать метод поиска оптимального решения в зависимости от особенностей исследуемого объ-екта и применить его для получения «наилучших» характеристик или ва-риантов поведения объекта или воздействия на него. Если количество входных факторов ($k$) равно или больше 2, то графическим отображением результатов моделирования объекта является, соответственно, поверхность или гиперповерхность отклика. Ранее мы уже говорили, что в этом случае выходной фактор называется критерием оптимизации.

Решая задачу поиска экстремальных значений критерия оптимизации при построении моделей, следует помнить, что линейные, степенные, экс-поненциальные, обратные функции не имеют экстремумов. Следовательно, регрессионные модели на их основе тоже не будут иметь экстремумов. Поэ-тому в данном случае в качестве моделей для описания объекта целесооб-разнее использовать полиномы четных степеней.

Бокс и Уилсон предложили шаговый метод исследования поверхности отклика – метод крутого восхождения (или метод наискорейшего спуска) [10, 11, 12], в основе которого лежит использование *градиента функции*. Движение по градиенту обеспечивает кратчайший путь к оптимуму и дает возможность в сложной многофакторной ситуации вести поиск целенаправленно.

Градиентом непрерывной однозначной функции называется вектор

$$grad(y) = \frac{\partial y}{\partial x_1}\vec{i} + \frac{\partial y}{\partial x_2}\vec{j} + \frac{\partial y}{\partial x_3}\vec{k} + \ldots \ .$$

Градиент всегда направлен в сторону увеличения функции. Следовательно, если перемещаться по градиенту, то можно достичь максимума функции отклика, а если двигаться в направлении, противоположном градиенту, то минимума [13]. Современное программное обеспечение, которое используется для статистического моделирования (STATISTICA, STATGRAPHICS и др.), позволяет исследователю избежать многочисленных вычислительных процедур, так как дает возможность графически отображать результаты поиска экстремумов функции.

Если поставленную оптимизационную задачу не удалось решить, то, скорее всего, следует перенести область проведения эксперимента, спланировать и провести эксперимент заново, построить новые регрессионные модели и попытаться определить наличие экстремумов (возможно, локальных) критерия оптимизации и соответствующих им значений входных факторов.

## Вопросы для самоконтроля

1. Что такое интерпретация модели?
2. Для чего выполняется интерпретация модели?
3. Обозначьте этапы интерпретации модели.
4. Что такое градиент функции?
5. Почему при отыскании максимума критерия оптимизации можно перемещаться по градиенту?
6. Что делать, если не удалось решить задачу оптимизации для исследуемого объекта?

## Список литературы

1. *Кузьмин В. В.* Математическое моделирование технологических процессов сборки и механической обработки изделий машиностроения: учебник для вузов / В. В. Кузьмин [и др.]. Москва: Высшая школа, 2008. 279 с.

2. *Ашихмин В. Н.* Введение в математическое моделирование: учебное пособие / В. Н. Ашихмин [и др.]; под ред. П. В. Трусова. Москва: ЛОГОС, 2005. 440 с.

3. *Советов Б. Я.* Моделирование систем: учебник для вузов / Б. Я. Советов, С. А. Яковлев. 3-е изд., перераб и доп. Москва: Высшая школа, 2001. 343 с.

4. *Зобнин Б. Б.* Моделирование систем: конспект лекций / Б. Б. Зобнин. Екатеринбург: Изд-во УГГГА, 2001. 129 с.

5. *Дьяконов В. П.* Новые информационные технологии: учебное пособие / В. П. Дьяконов [и др.]; под ред. В. П. Дьяконова. Москва: СОЛОН-Пресс, 2005. 640 с.

6. *Саблина Н. Г.* Информационные технологии: конспект лекций: в 2 частях / Н. Г. Саблина, Г. М. Черногородова. Екатеринбург: Изд-во УГТУ – УПИ, 2001. Ч. 2. 119 с.

7. *Дулов В. Г.* Математическое моделирование в современном естествознании: учебное пособие / В. Г. Дулов, В. А. Цибаров; под ред. В. Г. Дулова. Санкт-Петербург: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2001. 244 с.

8. *Зарубин В. С.* Математическое моделирование в технике: учебник для вузов / В. С. Зарубин [и др.]; под ред. В. С. Зарубина. Москва: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2001. 496 с.

9. *Корн Г.* Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. Москва: Наука, 1972. 830 с.

10. *Спирин Н. А.* Методы планирования и обработки результатов инженерного эксперимента: учебное пособие / Н. А. Спирин [и др.]; под ред. Н. А. Спирина; ГОУ ВПО УГТУ – УПИ. Екатеринбург, 2003. 260 с.

11. Ногин В. Ю. Основы теории оптимизации / В. Ю. Ногин, И. О. Про-тодьяконов, И. И. Евлампиев. Москва: Высшая школа, 1986. 384 с.

12. *Дрейпер Н.* Прикладной регрессионный анализ: перевод с английского / Н. Дрейпер, Г. Смит. 3-е изд. Москва: Вильямс, 2007. 912 с.